6º CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO
6th BRAZILIAN CONFERENCE ON MANUFACTURING ENGINEERING
11 a 15 de abril de 2011 – Caxias do Sul – RS - Brasil
April 11th to 15th, 2011 – Caxias do Sul – RS – Brazil

PROJETO DE PARÂMETROS ROBUSTOS MULTIVARIADOS BASEADO NA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

Emerson José de Paiva, emersonpaiva@unifei.edu.br[1]
Aluizio Ramos Salgado Júnior, aluiziosjr@ig.com.br[1]
João Roberto Ferreira, jorofe@unifei.edu.br [1]
Anderson Paulo de Paiva, andersonppaiva@yahoo.com.br[1]
Pedro Paulo Balestrassi, ppbalestrassi@gmail.com[1]

[1]Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Caixa Postal 50 – CEP 37500-003 – Itajubá, MG – Brasil

Resumo: *Recentemente, muitas pesquisas acerca de projeto de parâmetros robustos têm sido desenvolvidas devido à sua vasta aplicação na indústria moderna. Nos processos de fabricação, preponderantemente influenciados por um grande número de variáveis, as características de qualidade que, geralmente, estão expressas em termos de média e variância, podem ser representadas por múltiplas respostas correlacionadas. Entretanto, poucos são os trabalhos gerados com foco na otimização de parâmetros robustos que considerem adequadamente a estrutura de variância-covariância entre as respostas. Visando preencher essa lacuna, este trabalho apresenta uma proposta de otimização multivariada especialmente desenvolvida para investigar as múltiplas respostas correlacionadas, baseada na combinação entre a Análise de Componentes Principais, a Metodologia de Superfície de Respostas e o Planejamento e Análise de Experimentos, especificamente para problemas de alvo e sob a presença de fatores de ruído. Para demonstrar sua aplicação, um procedimento experimental de torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14 foi desenvolvido, adotando-se como variáveis de controle: a Velocidade de Corte (V_c), o Avanço (f_n) e a Profundidade de Corte (a_p), ruídos: a Esbeltez (E), o Desgaste da Ferramenta (VB) e a Posição (P), avaliando-se como respostas a Rugosidade Superficial (R_a, R_y, R_z, R_q e R_t) e a Taxa de Remoção de Material (MRR). Os resultados obtidos a partir dos parâmetros otimizados ($V_c = -0{,}485$, $f_n = -0{,}707$ e $a_p = -1{,}447$), apontam para uma boa adequação da proposta.*

Palavras-chave: *Análise de Componentes Principais (ACP), Metodologia de Superfície de Respostas (MSR), Planejamento e Análise de Experimentos (DOE), torneamento de aço de corte fácil.*

1. INTRODUÇÃO

Encontrar parâmetros ótimos para os processos de manufatura, geralmente influenciados por um grande número de variáveis, exige dos especialistas grande habilidade no uso de ferramentas matemáticas e estatísticas. A modelagem desses complexos processos, na maioria das vezes, negligencia a provável correlação existente entre as múltiplas respostas, levando à determinação de parâmetros inadequados (Khuri e Conlon, 1981; Bratchell, 1989).

Além disso, a maioria das pesquisas em otimização que utilizam alguma metodologia experimental para múltiplas respostas, acaba por tratar as respostas de forma isolada na fase de construção dos modelos de regressão. Khuri e Cornell (1996) afirmam que realizar uma análise univariada sobre um experimento desse porte, com múltiplas respostas, pode resultar em conclusões sem sentido. Se comprovada a existência de estruturas de correlação entre as respostas, essa análise univariada pode se apresentar totalmente ineficiente.

O método "Desirability" proposto por Derringer e Suich (1980), o método de otimização de múltiplas respostas baseado no Erro Quadrático Médio (EQM), porposto por Köksoy (2008), além dos chamados Métodos Duais, como o proposto por Vining e Myers (1990), são exemplos dos esforços para se estabelecer a otimização multivariada dos processos produtivos. Chiao & Hamada (2001), reconhecendo as limitações do método "Desirability" em termos da influência da correlação sobre as respostas, apresentaram um método baseado na probabilidade normal multivariada. Khuri e Conlon (1981) propuseram a minimização da distância generaliza entre as respostas e seus respectivos alvos, a partir da matriz de variância-covariância estimada. Bratchell (1989) utilizou a Análise de Componentes Principais para representar o conjunto de respostas original correlacionado, através poucas variáveis latentes.

Neste trabalho, entretanto, adotou-se a abordagem proposta por Paiva (2008), para problemas de alvo, para tratar adequadamente as múltiplas respostas correlacionadas, combinando-se o Planejamento e Análise de Experimentos, a Metodologia de Superfície de Respostas e a Análise de Componentes Principais. Tais metodologias serão apresentadas a seguir.

2. PLANEJAMENTO E ANÁLISE DE EXPERIMENTOS

O Planejamento e Análise de Experimentos (DOE) é uma metodologia utilizada para se avaliar a magnitude de várias fontes de variação que influenciam um processo (Montgomery, 2001). Deve-se iniciar com a identificação e seleção dos fatores que possam contribuir para a variação, proceder-se, em seguida, à seleção de um modelo que inclua os fatores escolhidos e planejar experimentos eficientes para estimar seus efeitos. Uma vez realizados os experimentos, procede-se à análise para se estimar os efeitos dos fatores incluídos no modelo utilizando métodos estatísticos adequados, culminando na inferência, interpretação e discussão dos resultados, recomendando melhorias, quando necessário.

Durante a condução das rodadas experimentais, todos os fatores podem ser alterados simultaneamente. Assim, existem diversas maneiras de combiná-los, denominadas de arranjos. O fatorial completo é o arranjo para o qual o número de experimentos é igual ao número de níveis experimentais, elevado ao número de fatores. Os arranjos fatoriais completos podem ser gerados para qualquer quantidade de fatores e os níveis se alteram a cada experimento. Porém, um número grande de fatores pode tornar um procedimento experimental inviável. Neste caso e havendo pouco interesse nas interações, podem-se negligenciá-las, utilizando-se meia fração do experimento completo (2^{k-1} experimentos). Também são comuns os trabalhos em que se utilizam os arranjos de Taguchi (1987). A estratégia utilizada no método de Taguchi é baseada em arranjos ortogonais, que correspondem a um tipo de experimento fatorial fracionário, nos quais nem todas as combinações possíveis entre fatores e níveis são testadas. O arranjo cruzado é uma estratégia sugerida por Taguchi para projeto de parâmetro robusto, composto por arranjos ortogonais internos e externos.

3. METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

De acordo com Montgomery (2001), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizadas para modelar e analisar problemas para os quais desejamos respostas, que são influenciadas por inúmeras variáveis. Geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecido. Portanto, a primeira etapa da metodologia é encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as respostas (y) e o conjunto de variáveis independentes (x). Usualmente, um polinômio de baixa ordem para qualquer região de interesse é empregado. Se a resposta for bem modelada por uma função linear das variáveis independentes, então a função de aproximação será o modelo de primeira ordem, conforme a Eq. (1).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \qquad (1)$$

onde β é o coeficiente polinomial, $K=p$ (número de parâmetros) e ε é o erro.

Entretanto, se existir curvatura no sistema, então a função de aproximação mais usada é um polinômio de ordem superior, como o modelo de segunda ordem apresentado pela Eq. (2).

$$\hat{\sigma} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j}\sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (2)$$

Segundo Box e Draper (1987) os dois modelos referidos, de primeira ordem, para sistemas sem curvatura, e de segunda ordem, para sistemas com curvatura, conseguem representar quase todos os problemas relacionados à superfície de respostas.

Montgomery (2001) alerta que encontrar um modelo polinomial que se aproxime de um modelo real para todo o espaço experimental coberto para as variáveis independentes é tarefa improvável. Porém, se uma região específica da região experimental puder ser delimitada, a aproximação por um polinômio de primeiro ou segundo grau (de acordo com a presença, ou não, de curvatura) mostra-se adequada.

Para qualquer um dos modelos polinomiais utilizados, os parâmetros (ou regressores) β podem ser estimados utilizando-se o método dos mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares – OLS*). O objetivo aqui é minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, ajustando a distância global dos pontos em relação a uma reta escolhida.

4. ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

A Análise de Componentes Principais (ACP) é uma técnica estatística multivariada que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais, com o objetivo de se reduzir a dimensionalidade de vetores de entradas ou de saídas em determinados equacionamentos (Johnson e Wichern, 2002) e facilitar sua interpretação, uma vez que, segundo Rencher (2002), ela revela relacionamentos que não seriam previamente identificados com o conjunto original.

A ideia básica da ACP é que, embora p componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, em geral, grande parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno grupo de k componentes principais. Em outras palavras, pode-se dizer que existe tanta informação em k componentes principais quanto nas p variáveis originais. Assim, o conjunto original de dados pode ser reduzido a poucos componentes principais, dependentes, tão somente, da matriz de variância-covariância Σ ou da matriz de correlação ρ das variáveis $X_1, X_2, \ldots, X_p$.

Seja o vetor aleatório $X^T = [X_1, X_2, \ldots, X_p]$, cuja matriz de variância-covariância Σ possua autovalores $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_p \geq 0$. O primeiro componente principal (PC_1), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possuir a máxima variância. Genericamente, o *i*-ésimo componente principal será a combinação linear $\ell_i^T X$ que resultar das Eq. (3), (4) e (5) a seguir:

$$Maximizar \quad Var\left(\ell_i^T X\right) \tag{3}$$

$$Sujeito\ a: \quad \ell_i^T \ell_i = 1 \tag{4}$$

$$Cov(\ell_i^T X, \ell_k^T X) = 0 \quad para\ k < i \tag{5}$$

Um conjunto de variáveis originais pode ser substituído por combinações lineares na forma de escores do componente principal. Desta maneira, assumindo-se x_{pn} como sendo uma observação aleatória, $\bar{x}_p$ a *p-ésima* resposta média, $\sqrt{s_{pp}}$ o desvio padrão, *p* a resposta e $[E]$ como sendo os autovetores do conjunto multivariado, tem-se como resultado:

$$PC_{score} = [Z][E] \tag{6}$$

Os métodos mais utilizados para estimativa do número de componentes principais significantes são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (Johnson e Wichern, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 80%.

5. OTIMIZAÇÃO MULTIVARIADA

Dois objetivos estão sempre presente quando se trata de otimização de processos de manufatura: a minimização da distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo (*T*) e a minimização de sua variância. Segundo Vining e Myers (1990), para se alcançar esses objetivos, geralmente se utiliza a Metodologia de Superfície Dual, como forma de se atingir os alvos propostos para cada característica de qualidade envolvida, baseado numa superfície de resposta para a média (ω_μ) e outra para a variância (ω_σ), ambas escritas como um polinômio de segunda ordem completada pelo algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários. Lin e Tu (1995), acrescentam que essas funções podem ser combinadas, através da minimização do Erro Quadrático Médio (EQM), como critério de otimização simultânea de média e variância, conforme demonstra a Eq. (7).

$$EQM = \left(\hat{\omega}_\mu - T\right)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \tag{7}$$

Paiva (2008) sugeriu que a otimização de múltiplas respostas pode ser obtida através da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse. A partir de combinações entre a Metodologia de Superfície de Resposta e a Análise de Componentes Principais, chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o EQMM.

A partir da abordagem proposta por Paiva (2008), uma nova adaptação foi realizada para otimização simultânea de blocos de média e variância para as respostas de interesse, denominado de EQMM Dual (Erro Quadrático Médio Multivariado Dual). Este método é capaz de determinar o ponto ótimo global do sistema que leve as variáveis de resposta correlacionadas a assumirem valores próximos dos valores alvos, com mínima variação, independente da condição de ruído a que o processo esteja submetido.

Seguindo com a aplicação do método proposto, verifica-se a existência da estrutura de correlação entre as variáveis de resposta de interesse em cada bloco de variáveis. Com o conhecimento da estrutura de correlação é possível garantir a correta aplicação do método EQMM Dual. Parte-se para a execução da ACP propriamente dita, quando são gerados os autovalores (λ_i), os autovetores (e_i) e os escores dos componentes principais de cada bloco.

Após o cálculo dos alvos padronizados, também é possível determinar quais são os alvos em termos de componentes principais. Se somente um componente principal for selecionado para o bloco de variâncias, o cálculo de seu respectivo EQMM deve seguir a formulação dada pela Eq. (8).

$$EQMM_{s^2} = \left[PC_{1s^2} - T\left(PC_{1s^2}\right)\right]^2 + \lambda_{1s^2} \tag{8}$$

Caso um maior número de componentes principais seja necessário para explicar a variação dos dados, então o cálculo de EQMM para o bloco de variâncias deve seguir a formulação dada pela Eq. (9):

$$EQMM_{s^2} = \left[\prod_{j=1}^{p} EQMM_{PC_{j\,s^2}} \,\middle|\, \lambda_{j\,s^2} \geq 1 \right]^{\frac{1}{p}} \tag{9}$$

Considerando $EQMM_{s^2}$ como a função objetivo e fixando os componentes principais do bloco de médias $PC_{i\mu}$ como restrições de igualdade, o sistema de otimização dual pode ser estruturado como:

$$\begin{aligned} &Minimizar && EQMM_{s^2} \\ &Sujeito\ a: && PC_{i\mu} = T\left(PC_{i\mu}\right) \\ &&& \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \tag{10}$$

6. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Um procedimento experimental, utilizando-se o aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 foi desenvolvido, para demonstrar a aplicabilidade do método EQMM Dual. Neste procedimento experimental, corpos de prova de aço ABNT/SAE 12L14, com dimensões de ϕ50 mm x 295 mm (peças grossas) e Φ 30 x 295 mm (peças finas) foram utilizadas em um processo de torneamento, devidamente identificadas. As ferramentas de corte utilizadas neste trabalho foram metal duro classe ISO P35 revestido com três coberturas (Ti(C,N), Al2O3, TiN), (GC 4035 Sandvik) na geometria ISO SNMG 09 03 04 – PM e o suporte designação ISO DSBNL 1616H 09.

A opção pela ferramenta de metal duro para o torneamento do aço de corte fácil 12L14 se deu como forma de se minimizar as perdas de *setup* e *pre-set* das ferramentas, além de se buscar o aumento da velocidade de corte, da vida de ferramenta, produtividade do processo e, sobretudo, se obter maior estabilidade e controle do processo, principalmente, da rugosidade.

Para este modelo uma nova condição foi adicionada: o comportamento da otimização frente à possível presença de fatores de ruído, demonstrando ser possível dar o devido tratamento e, ainda assim, obter parâmetros compatíveis de usinagem.

As variáveis de controle adotadas para esse procedimento foram velocidade de corte (V_c), avanço da ferramenta (f_n) e profundidade de corte (a_p) e os parâmetros de usinagem estão descritos na Tab. (1).

Tabela 1 – Variáveis de controle

Parâmetros	Símbolo	Unidade	Níveis (Codificados)		
			-1	0	+1
Velocidade de corte	V_c	$m\ min^{-1}$	220	280	340
Avanço	f_n	$mm\ rev^{-1}$	0,08	0,10	0,12
Profundidade de corte	a_p	mm	0,70	0,95	1,20

As variáveis de ruído escolhidas para o procedimento foram a esbeltez da peça (E), o desgaste da ferramenta (VB) e a posição da medição (P).

Como a esbeltez da peça se caracteriza por uma relação entre o seu comprimento e o seu diâmetro ($E=L/D$) e o comprimento dos corpos de prova era constante, somente o diâmetro foi considerado como realmente influente. Assim, foram classificadas como peças esbeltas (ou finas), aquelas com diâmetro inicial igual a 30mm e como peças não esbeltas (ou grossas), aquelas com diâmetro inicial igual a 50mm. O objetivo, portanto, era verificar a hipótese de que peças esbeltas sofrem maior influência da vibração durante o processo de torneamento.

O desgaste da ferramenta é uma variável que tenta demonstrar o efeito da deterioração da ferramenta de corte sobre o acabamento superficial. No procedimento foram adotadas ferramentas novas (arestas íntegras) e usadas (desgaste da aresta de corte de aproximadamente 0,3mm).

A posição de medição tenta avaliar indiretamente o efeito da vibração sobre a rugosidade superficial durante o processo de torneamento. Espera-se que a vibração próxima ao ponto de fixação seja baixa, com consequente rugosidade superficial baixa. Quanto maior o afastamento do ponto de fixação, maior deverá ser a vibração e consequente rugosidade superficial. Foram adotadas três regiões para medição da rugosidade: a região próxima ao contraponto (CP), onde ocorre apenas apoio simples; a região central (CE); e a região próxima às castanhas (CA), onde ocorre o engastamento.

Um rugosímetro modelo Mitutoyo Surftest SJ-201P foi utilizado para se medir as variáveis de resposta R_a, R_y, R_z, R_q e R_t, obtidas durante o procedimento de torneamento e, posteriormente, registrados em planilha eletrônica.

Procedendo-se a uma adaptação da estratégia sugerida por Taguchi (1987) para parâmetros robustos, um arranjo cruzado, que é aquele constituído por um arranjo interno e um arranjo externo, foi desenvolvido. Como arranjo interno, utilizaram-se as variáveis de controle; como arranjo externo, utilizaram-se as variáveis de ruído. Neste tipo de arranjo, cada condição experimental é repetida nas diversas condições de ruído. Então, a razão sinal-ruído (S/N) é calculada, fornecendo informação a respeito da média e da variância.

Para esse procedimento, o arranjo ortogonal de Taguchi, proposto para ser utilizado como arranjo interno, foi substituído por um arranjo composto central (CCD) composto por oito pontos fatoriais, seis pontos axiais e três pontos centrais. Assim, a razão S/N foi desprezada por não se tratar de um arranjo ortogonal. O arranjo externo utilizado foi um fatorial completo com níveis mistos *2² x 3*. A Tabela 2 apresenta o arranjo cruzado, conforme o planejamento citado.

Tabela 2 – Planejamento do experimento para uma resposta utilizando arranjo cruzado

y_j					Arranjo Externo												Resumo	
				k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
				Esbeltez	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Fina	Fina	Fina	Fina	Fina	Fina		
				Desgaste	Nova	Nova	Nova	Usada	Usada	Usada	Nova	Nova	Nova	Usada	Usada	Usada		
				Posição	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA		
	i	V_c	f_n	a_p	$\bar{y}_{ij1}$	$\bar{y}_{ij2}$	$\bar{y}_{ij3}$	$\bar{y}_{ij4}$	$\bar{y}_{ij5}$	$\bar{y}_{ij6}$	$\bar{y}_{ij7}$	$\bar{y}_{ij8}$	$\bar{y}_{ij9}$	$\bar{y}_{ij10}$	$\bar{y}_{ij11}$	$\bar{y}_{ij12}$	μ_{ij}	s^2_{ij}
Arranjo Interno (CCD)	1	220	0,08	0,70	$\bar{y}_{1j1}$	$\bar{y}_{1j2}$	$\bar{y}_{1j3}$									$\bar{y}_{1j12}$	μ_{1j}	s^2_{1j}
	2	340	0,08	0,70														
	3	220	0,12	0,70														
	4	340	0,12	0,70														
	5	220	0,08	1,20														
	6	340	0,08	1,20														
	7	220	0,12	1,20														
	8	340	0,12	1,20														
	9	180	0,10	0,95														
	10	380	0,10	0,95														
	11	280	0,07	0,95														
	12	280	0,13	0,95														
	13	280	0,10	0,53														
	14	280	0,10	1,37														
	15	280	0,10	0,95														
	16	280	0,10	0,95														
	17	280	0,10	0,95	$\bar{y}_{17j1}$											$\bar{y}_{17j12}$	μ_{17j}	s^2_{17j}

Onde: *i* representa cada um dos 17 experimentos executados (*i = 1, 2, ..., n*); *j* representa cada uma das variáveis de resposta (*j = 1, 2, ..., p*); *k* representa cada uma das réplicas nas 12 condições de ruído (*k = 1, 2, ..., r*).

Foram usinados, ao todo, sessenta e oito corpos de prova, com doze pontos de medição, cada um, sendo quatro pontos de medição distantes 90º entre si em relação à seção transversal em cada uma das 3 regiões de medição (contraponto, centro e castanha).

Os resultados de média e variância dos experimentos para a variável R_a estão apresentados na Tab. (3).

Tabela 3 – Valores obtidos no experimento para a variável R_a

R_a					Arranjo Externo												Resumo	
				k	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**		
				Esbeltez	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1		
				Desgaste	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1		
				Posição	-1	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1		
	i	V_c	f_n	a_p	R_{ai1}	R_{ai2}	R_{ai3}	R_{ai4}	R_{ai5}	R_{ai6}	R_{ai7}	R_{ai8}	R_{ai9}	R_{ai10}	R_{ai11}	R_{ai12}	R_{ai}	s^2R_{ai}
Arranjo Interno (CCD)	1	-1	-1	-1	0,747	0,816	0,831	1,528	1,776	2,320	3,829	0,984	1,046	0,869	0,748	0,781	1,356	0,851
	2	+1	-1	-1	0,733	0,752	0,801	1,364	2,059	2,249	3,970	0,974	1,021	3,136	1,869	0,847	1,648	1,101
	3	-1	+1	-1	1,093	1,155	1,168	1,844	2,296	2,153	3,505	1,413	1,483	1,796	1,736	1,744	1,782	0,441
	4	+1	+1	-1	1,163	1,146	1,260	1,865	2,557	2,431	1,574	1,498	1,485	3,280	1,832	1,981	1,839	0,413
	5	-1	-1	+1	1,139	1,320	1,258	1,304	1,593	2,111	9,694	1,471	1,693	2,235	1,380	1,449	2,220	5,649
	6	+1	-1	+1	1,169	0,950	0,856	1,472	1,359	1,803	4,177	1,438	1,600	7,148	3,151	1,263	2,199	3,358
	7	-1	+1	+1	1,553	1,583	1,589	1,686	1,677	1,729	1,949	1,538	1,576	3,100	1,952	1,873	1,817	0,186
	8	+1	+1	+1	1,557	1,693	1,623	1,542	1,637	1,649	3,450	1,574	1,617	5,533	3,132	1,813	2,235	1,497
	9	-1,68	0	0	1,300	1,109	1,129	1,399	1,707	1,531	4,797	1,309	1,368	3,627	1,842	1,649	1,897	1,279
	10	+1,68	0	0	1,009	0,850	1,044	1,962	1,866	1,735	5,441	1,526	1,413	4,353	2,387	1,363	2,079	1,976
	11	0	-1,68	0	1,471	1,271	1,323	2,158	2,005	1,868	4,129	2,083	1,263	2,828	1,094	0,661	1,846	0,855
	12	0	+1,68	0	1,363	1,387	1,460	2,329	1,998	1,918	3,409	1,554	1,524	1,783	1,709	1,733	1,847	0,320
	13	0	0	-1,68	1,160	1,218	1,273	2,226	2,345	2,486	1,265	1,065	1,102	2,602	1,667	1,758	1,680	0,344
	14	0	0	+1,68	1,470	1,363	1,403	2,088	2,464	2,493	5,220	1,322	1,262	3,368	2,658	2,508	2,301	1,305
	15	0	0	0	1,255	1,313	1,420	2,418	2,176	2,197	6,688	1,214	1,201	3,101	2,783	2,061	2,319	2,314
	16	0	0	0	1,143	1,304	1,323	2,191	2,234	2,286	6,275	1,145	1,136	2,789	3,013	1,960	2,233	2,055
	17	0	0	0	0,917	1,075	1,148	2,533	2,366	2,371	6,064	1,152	1,165	3,196	2,993	2,106	2,257	2,080

A partir dos dados colhidos, verificou-se inicialmente a influência dos fatores de ruído sobre cada variável de resposta e se os níveis escolhidos para as variáveis de ruído eram capazes de gerar a variação esperada. Foi possível identificar um padrão de comportamento para todas as variáveis de resposta nas diversas condições de ruído experimentadas. As condições de ruído sete (peça fina, ferramenta nova e medição no contraponto) e dez (peça fina, ferramenta usada e medição no contraponto) foram as que provocaram alteração significativa na variável de resposta estudada.

Uma vez verificada a eficiência do arranjo experimental, foram conduzidos os cálculos para todas as respostas, divididos, inicialmente, em um grupo para as médias e outro para as variâncias. Depois de se realizar os ajustes necessários nos modelos quadráticos completos (teste de normalidade, aderência, heteroscedasticidade, etc) gerou-se, então, dois modelos quadráticos completos. A Tabela (4) apresenta o modelo quadrático para o grupo de médias.

Tabela 4 – Modelos quadráticos para as médias

Termo	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	*MRR*
b_0	2,272	12,468	10,195	2,698	12,708	26,600
V_c	0,077	0,241	0,264	0,087	0,172	5,679
f_n	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254	5,082
a_p	0,212	1,362	1,112	0,265	1,418	6,997
V_c^2	-0,107	-	-	-0,104	-	-
f_n^2	-0,157	-0,672	-0,485	-0,171	-0,643	-
a_p^2	-0,106	-0,523	-0,385	-0,122	-0,511	-
$V_c \times f_n$	-	-	-	-	0,302	1,140
$V_c \times a_p$	-	-	-	-	-	1,500
$f_n \times a_p$	-0,123	-0,469	-0,567	-0,143	-0,518	1,400
R^2	93,2%	91,6%	92,9%	93,1%	91,3%	99,9%
R^2 *adj.*	87,9%	86,6%	88,7%	87,6%	84,6%	99,8%
P-Value LOF	0,151	0,03	0,038	0,114	0,064	-
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Não
$R^2\left(e^2 \times \hat{y}\right)$	0,008	0,044	0,006	0,000	0,010	0,007
$n \times R^2$	0,136	0,748	0,102	0,000	0,170	0,119
Heteroscedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não

Os modelos para o grupo das variâncias apresentaram resíduos heteroscedásticos (s^2R_y , s^2R_q , s^2R_t) e a análise de falta de ajuste (LOF) indicaram que alguns modelos não eram adequados (s^2R_y , s^2R_t). Ainda assim, os modelos foram considerados, pela fato de terem apresentado excelentes ajustes. A Tabela (5) apresenta o modelo quadrático para o grupo das variâncias.

Tabela 5 – Modelos quadráticos para as variâncias

Termo	s^2R_a	s^2R_y	s^2R_z	s^2R_q	s^2R_t
b_0	2,079	45,592	40,124	2,897	46,242
V_c	0,032	3,948	3,975	0,161	4,008
f_n	-0,647	-10,756	-13,732	-0,904	-10,962
a_p	0,750	19,052	13,280	0,977	18,993
V_c^2	-	-	-	-	-
f_n^2	-0,387	-6,403	-5,5494	-0,492	-6,528
a_p^2	-0,232	-	-4,904	-0,347	-
$V_c \times f_n$	0,460	-	-	0,544	-
$V_c \times a_p$	-	-	-	-	-
$f_n \times a_p$	-0,885	-	-9,517	-1,128	-
R^2	100,0%	91,6%	95,0%	99,5%	92,6%
R^2 *adj.*	100,0%	88,8%	92,0%	99,1%	90,2%
P-Value LOF	0,503	0,049	0,234	0,250	0,028
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
$R^2\left(e^2 \times \hat{y}\right)$	0,204	0,392	0,217	0,290	0,419
$n \times R^2$	3,468	6,664	3,689	4,930	7,123
Heteroscedástico	Não	Sim	Não	Sim	Sim

Com os modelos quadráticos gerados, duas abordagens de otimização foram empregadas para efeito de comparação dos resultados. Inicialmente, os dados foram submetidos ao “Desirability”, método de otimização já bastante conhecido, sobretudo no ambiente acadêmico e uma das primeiras iniciativas de otimização multivariada. Em seguida, o método EQMM Dual foi utilizado, para que se investigasse a performance do método frente a um novo processo de manufatura. As duas abordagens foram implementadas utilizando-se o Microsoft Excel® e sua ferramenta Solver®, a qual possui o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) como algoritmo de otimização padrão. Apesar de não ser o algoritmo de otimização mais indicado para um problema com tantas variáveis de resposta não lineares, o GRG foi adotado devido à sua robustez e ao fácil acesso disponibilizado a este algoritmo por meio do Microsoft Excel®.

6.1. Otimização simultânea de média e variância

A partir dos modelos quadráticos gerados, um procedimento de otimização simultânea de média e variância das respostas R_a, R_y, R_z, R_q e R_t foi elaborado, tentando-se obter valores compatíveis de rugosidade, com mínima variação, mesmo sob a influência de fatores de ruído. Inicialmente, as respostas foram submetidas a uma otimização individual, utilizando-se o Solver e o algoritmo GRG embarcado, com ponto de partida [0, 0, 0] e sem ponderação de graus de importância. Dessa otimização individual, os resultados para cada resposta foram adotados como alvos, e os limites mínimos e máximos obtidos foram fixados como limites.

Em seguida, foi utilizado o método EQMM Dual, cujas variáveis de média e variância foram analisadas separadamente. Iniciando a análise das variáveis de média e variância, executou-se a análise de correlação entre estes blocos separadamente. A extração dos componentes principais necessários para a implementação do EQMM Dual baseia-se agora em duas matrizes de correlação distintas, com os elementos secundários identificados pela Fig. (1). Os resultados obtidos através do software Minitab® ilustram que existe forte correlação positiva entre as variáveis de resposta que compõem cada bloco de análise. Este resultado demonstra que o método EQMM Dual é indicado para a determinação do ponto ótimo para ambos os blocos de variáveis de resposta.

Correlations: Ra; Ry; Rz; Rq; Rt

	Ra	Ry	Rz	Rq
Ry	0,899 0,000			
Rz	0,944 0,000	0,980 0,000		
Rq	0,996 0,000	0,931 0,000	0,969 0,000	
Rt	0,876 0,000	0,996 0,000	0,972 0,000	0,912 0,000

(a)

Correlations: s² Ra; s² Ry; s² Rz; s² Rq; s² Rt

	s² Ra	s² Ry	s² Rz	s² Rq
s² Ry	0,861 0,000			
s² Rz	0,960 0,000	0,947 0,000		
s² Rq	0,999 0,000	0,882 0,000	0,971 0,000	
s² Rt	0,848 0,000	0,999 0,000	0,942 0,000	0,870 0,000

(b)

Figura (1) – Análise de correlação para as médias (a) e variâncias (b)

Depois de padronizados os alvos, o valores mínimos e máximos, realizou-se a análise de componentes principais (ACP), para que fossem gerados os autovetores, autovalores e os escores para as médias e para as variâncias, conforme demonstra as Tab. (6) e (7).

Tabela 6 – Autovetores e autovalores para as médias

Autovetor	$PC_{1\mu}$	$PC_{2\mu}$	$PC_{3\mu}$
R_a	-0,440	0,606	-0,294
R_y	-0,449	-0,411	-0,293
R_z	-0,454	-0,088	0,867
R_q	-0,449	0,425	-0,024
R_t	-0,444	-0,525	-0,275
$T(PC_i)$	4,202	-0,163	-0,066
Autovalor (λ_i)	4,790	0,193	0,014
Proporção	0,958	0,039	0,003
Acumulado	0,958	0,997	0,999

Tabela 7 – Autovetores e autovalores para as variâncias

Autovetor	PC_{1s^2}	PC_{2s^2}	PC_{3s^2}
$s^2 R_a$	-0,443	0,519	-0,296
$s^2 R_y$	-0,445	-0,492	-0,269
$s^2 R_z$	-0,457	0,065	0,881
$s^2 R_q$	-0,448	0,440	-0,225
$s^2 R_t$	-0,442	-0,539	-0,117
$T(PC_i)$	2,332	0,159	0,044
Autovalor (λ_i)	4,713	0,270	0,016
Proporção	0,942	0,054	0,003
Acumulado	0,942	0,997	1,000

Pela análise de componentes principais, pôde-se observar que apenas um componente principal foi suficiente para explicar 95,8% da variância acumulada para as médias e 94,2% para as variâncias. Estes resultados são bons e demonstram que ambos os blocos foram bem representados pelos seus respectivos componentes principais. Utilizando-se o OLS e os escores do componente principal para os blocos de médias e variâncias, foram gerados seus respectivos modelos matemáticos.

A partir dessa análise, a otimização pôde ser realizada, obedecendo a modelagem representada pelo sistema de Eq. (11).

$$
\begin{aligned}
&\textit{Minimizar} \quad EQMM_{s^2} \\
&\textit{Sujeito a}: PC_{1\mu} = T(PC_{1\mu}) \\
&\qquad \left|\frac{\hat{y}_i - T_i}{T_i}\right| \le 0,1 \quad \textit{para } i = \{1,2,\ldots,5\} \\
&\qquad \hat{y}_i \ge 0,01 \qquad \textit{para } i = \{6,7,\ldots,10\} \\
&\qquad x^T x \le \rho^2
\end{aligned}
\tag{11}
$$

A segunda restrição foi inserida no sistema para garantir que as variáveis do bloco de médias não extrapolassem o desvio máximo em relação aos alvos fixado em 10%, evitando-se, assim, que o método priorizasse o bloco de variâncias em detrimento do bloco de médias. Já a terceira restrição, tinha por objetivo garantir que o método não indicasse valores negativos de variância.

A otimização do processo resultou nos seguintes parâmetros, considerados ótimos: V_c = *–0,485*; f_n = *–0,707*; e a_p = *–1,447*. O resultado da otimização está representado pela Tab. (8).

Tabela 8 – Resultado do método EQMM Dual

	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	s^2R_a	s^2R_y	s^2R_z	s^2R_q	s^2R_t
Máximo	2,319	13,952	11,190	2,755	14,708	5,649	85,833	85,225	7,724	86,223
Alvos	**1,437**	**8,722**	**7,007**	**1,725**	**8,894**	**0,186**	**9,217**	**5,663**	**0,294**	**9,176**
Mínimo	1,356	8,722	7,007	1,666	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
EQMM Dual	**1,463**	**8,632**	**6,855**	**1,750**	**8,936**	**0,010**	**20,513**	**5,912**	**0,105**	**21,302**
Erro	1,9%	-1,0%	-2,2%	1,4%	0,5%	-94,6%	122,6%	4,4%	-64,4%	132,1%

Salienta-se aqui que, no ponto ótimo indicado pelo EQMM Dual, houve aumento da V_c e da MRR e diminuição geral da variância. Assim, o resultado obtido para a otimização simultânea de média e variância de R_a, R_y, R_z, R_q e R_t utilizando o método EQMM Dual é considerado adequado, sugerindo um ponto ótimo cujas variáveis de média permaneceram próximas aos alvos, com mínima variação.

7. CONCLUSÕES

O método de otimização simultânea de média e variância, baseado no Planejamento e Análise de Experimentos, Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais, denominado EQMM Dual, mostrou-se adequado para o tratamento de múltiplas respostas correlacionadas. Os resultados teóricos obtidos a partir dos parâmetros otimizados (V_c = *–0,485*; f_n = *–0,707*; e a_p = *–1,447*), se mostraram satisfatórios, mantendo-se dentro dos limites mínimos e máximos estipulados, próximos aos alvos pré determinados e com mínima variância.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar sua gratidão à CNPq, Capes e FAPEMIG, pelo seu apoio para realização deste trabalho.

9. REFERÊNCIAS

Box, G. E. P., Draper, N. R., 1987, “Empirical Model-Building and Response Surfaces”, John Wiley & Sons, 1 ed., 650p.

Bratchell, N., 1989, “Multivariate Response Surface Modelling by Principal Components Analysis”, Journal of Chemometrics, v 3, pp. 579-588.

Derringer, G., Suich, R., 1980, "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", Journal of Quality Technology, v 12, n 4, pp.214-219.
Johnson, R. A., Wichern, D. W., 2002, "Applied multivariate statistical analysis", New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., 797p.
Khuri, A. I., Conlon, M., 1981, "Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions", Technometrics, v 23, n4, pp. 363-375
Khuri, A. I., Cornell, J. A., 1996, "Response surfaces: designs and analyze", Marcel Dekker Inc, 2 ed, New York, USA, 510p.
Köksoy, O., 2008, "A nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem", Applied Mathematics and Computation, v. 196, p. 603-612.
Lin, D. K. J., Tu, W., 1995, "Dual response surface optimization", Journal of Quality Technology 27:34-39.
Montgomery, D. C., 2001, "Design and analysis of experiments", Fourth ed., Wiley, New York.
Paiva, E. J., 2008, "Otimização de processo de manufatura de múltiplas respostas baseada em índices de capacidade", Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UNIFEI, Itajubá, MG.
Rencher, A.C., 2002, "Methods of Multivariate Analysis", John Wiley and Sons, 2 ed., 740p.
Taguchi, G., 1987, "System of Experimental Design", UNIPUB, Kraus International Publications, New York.
Vining, G. G., Myers, R. H., 1990, "Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach", Journal of Quality Technology 22:38-45.

10. DIREITOS AUTORAIS

Title: *Design of Robust Multivariate Parameters based on Principal Components Analysis*

Emerson José de Paiva, emersonpaiva@unifei.edu.br[1]
Aluizio Ramos Salgado Júnior, aluiziosjr@ig.com.br[1]
João Roberto Ferreira, jorofe@unifei.edu.br [1]
Anderson Paulo de Paiva, andersonppaiva@yahoo.com.br[1]

[1]*Federal University of Itajubá, Itajubá, Minas Gerais, Brazil*

Abstract: *Recently, many researches about robust design parameters have been developed due to their wide application in modern industry. In manufacturing processes, mainly influenced by a large number of variables, the quality that usually are expressed in terms of mean and variance can be represented by multiple correlated responses. However, there are few works produced with a focus on optimization of parameters to consider adequately the robust variance-covariance structure among the responses. Seeking to fill this gap, this paper proposes a multivariate optimization specifically designed to investigate multiple correlated responses, based on the combination of Principal Component Analysis (PCA), the Response Surface Methodology (RSM) and Design of Experiments (DOE), specifically to target problems and in the presence of noise factors. To demonstrate its application, an experimental procedure for free-machining steel turning ABNT 12L14 was developed, adopted as the control variables Cutting Speed (V_c), feed rate (f_n) and Depth of Cut (a_p), as noise the slenderness (E), the tool wear (VB) and Position (P), being evaluated as responses to Surface Roughness (R_a, R_y, R_z, R_q and R_t) and Material Removal Rate (MRR). The results obtained from the optimized parameters ($V_c = -0,485$, $f_n = -0,707$ and $a_p = -1,447$), indicate a good adequacy of the proposal.*

Keywords: *Principal Component Analysis (PCA), Response Surface Methodology (RSM), Design of Experiments (DOE), Free-machining steel.*